Total number of Pages : 16

Subject Code : 19

B15-AM
EN/AS/BN

1049

2015

ADVANCED MATHEMATHEMATICS (E)

(For both New and Old Course)

Full Marks : 100
Pass Marks : 30

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

GET IT ON Google Play
Download Now!
New
SEBA/HSLC
পুৰণি
প্ৰশ্ন কাকত
HSLC Question Paper
BELLAL HOSSAIN MONDAL©

Contd.

(a) Write down three sets A, B, C such that $A \cup B = A \cup C$, but $B \neq C$. 1

তিনিটা সংহতি A, B, C লিখাঁ যাতে $A \cup B = A \cup C$, কিন্তু $B \neq C$.

তিনটি সংহতি A, B, C লেখো যাতে $A \cup B = A \cup C$, কিন্তু $B \neq C$.

(b) If $A \subseteq B$, prove that $B' \subseteq A'$.

where A' denotes the complement of A. 2

যদি $A \subseteq B$, প্ৰমাণ কৰাঁ যে $B' \subseteq A'$.

য'ত A' এ A ৰ পূৰক সংহতি বুজাইছে ।

যদি $A \subseteq B$, তাহলে প্রমাণ করো যে, $B' \subseteq A'$.

যখানে A' হচ্ছে A র পূরক সংহতি ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(c) Let A and B be two sets. If $n(A-B) = 26$, $n(B-A) = 17$, and $n(A \cap B) = 12$; find $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$. 3

A আৰু B দুটা সংহতি । যদি $n(A-B) = 26$, $n(B-A) = 17$, আৰু $n(A \cap B) = 12$; $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$ উলিওৱাঁ ।

A এবং B দুটি সংহতি । যদি $n(A-B) = 26$, $n(B-A) = 17$, এবং $n(A \cap B) = 12$; তাহলে $n(A)$, $n(B)$ এবং $n(A \cup B)$ নির্ণয় করো ।

(d) A function f is defined as follows :

$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}$.

write down the domain of f. 1

এটা ফলন f অৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}$.

f অৰ আদিক্ষেত্ৰটো লিখাঁ ।

একটি ফলন f এর সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

$f(x) = \sqrt{(2-x)(x-1)}$.

f এর আদিক্ষেত্রটি লেখো ।

(e) Let $R = \{(a, b) : a, b \in Z, a - b$ is divisible by $5\}$ be a relation on Z, the set of integers.

Examine if R is an equivalence relation. 3

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি Z অত

$R = \{(a, b) : a, b \in Z, a - b$, 5 এৰে বিভাজ্য$\}$ এটা সম্পৰ্ক ।

R সম্পৰ্কটো সমতুল্যতা সম্পৰ্ক হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা ।

অখণ্ড সংখ্যার সংহতি Z এর উপর

$R = \{(a, b) : a, b \in Z, a - b$, 5 দ্বারা বিভাজ্য$\}$ একটি সম্পর্ক ।

R সম্পর্কটি সমতুল্য সম্পর্ক হয় কি না পরীক্ষা করো ।

2. (a) If $a + ib = 0$; prove that $a - ib = 0$. 1

যদি $a + ib = 0$; প্রমাণ কৰা যে $a - ib = 0$.

যদি $a + ib = 0$; তাহলে প্রমাণ করো যে, $a - ib = 0$.

(b) Find the modulus of the following complex number : 2

তলৰ জটিল সংখ্যাটোৰ মাপাংক উলিওৱা :

নীচের জটিল সংখ্যাটির মাপাংক নির্ণয় করো :

$$\frac{7-24i}{4+3i}$$

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(c) Find the cube roots of 64. 3

64 অৰ ঘনমূল কেইটা উলিওৱাঁ ।

64 এর ঘনমূল গুলো নির্ণয় করো ।

(d) Find the square roots of 2

বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰাঁ

বর্গমূল নির্ণয় করো

$3-4i$

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(e) Express $\sqrt{3}+i$ in polar form. 1

$\sqrt{3}+i$ ক ধ্ৰুৱীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰাঁ ।

$\sqrt{3}+i$ কে ধ্রুবীয় আকারে প্রকাশ করো ।

(f) If z is a complex number and $\overline{z}$ denotes its conjugate, prove that

(i) $z+\overline{z}$ is real

(ii) $z\overline{z}$ is real

(iii) The real part of z is $\frac{z+\overline{z}}{2}$. 1 + 1 + 1 = 3

যদি z এটা জটিল সংখ্যা আৰু $\overline{z}$ এ ইয়াৰ সংযুগ্মী বুজায়, প্ৰমাণ কৰাঁ যে

(i) $z+\overline{z}$ বাস্তৱ

(ii) $z\overline{z}$ বাস্তৱ

(iii) z অৰ বাস্তৱ অংশ $\frac{z+\overline{z}}{2}$.

যদি z একটি জটিল সংখ্যা এবং $\bar{z}$ এটির সংযুগ্ম জটিল সংখ্যা বুঝায়, তাহলে প্রমাণ করো যে,

(i) $z + \bar{z}$ বাস্তব

(ii) $z\bar{z}$ বাস্তব

(iii) z এর বাস্তব অংশ $\frac{z+\bar{z}}{2}$.

BELLAL HOSSAIN MONDAL

3. (a) One root of a quadratic equation is $5 + i$. Form the equation. 2

এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ এটা মূল $5 + i$ । সমীকৰণটো গঠন কৰাঁ ।

কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল $5 + i$ হলে সমীকরণটি গঠন করো ।

(b) The roots of the equation $px^2 + x + q = 0$ are real and unequal ($p \neq 0$, $q \neq 0$). Show that the roots of $x^2 - 4\sqrt{pq}\,x + 1 = 0$ are complex. 3

$px^2 + x + q = 0$ সমীকৰণৰ মূল দুটা বাস্তৱ আৰু অসমান ($p \neq 0$, $q \neq 0$) । দেখুওৱাঁ যে $x^2 - 4\sqrt{pq}\,x + 1 = 0$ সমীকৰণৰ মূল দুটা জটিল ।

যদি $px^2 + x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব এবং অসমান, ($p \neq 0$, $q \neq 0$) , তাহলে দেখাও যে, $x^2 - 4\sqrt{pq}\,x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল ।

(c) Find the condition such that the difference of the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) is equal to the product of the roots. 1

কি চৰ্তৰ অধীনত $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) সমীকৰণৰ মূল দুটাৰ অন্তৰ সিহঁতৰ পূৰণফলৰ সমান হ'ব ?

$ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) সমীকরণটির মূল দ্বয়ের অন্তরফল তাদের পূরণফলের সমান হওয়ার সর্তটি নির্ণয় করো ।

(d) The sum of the areas of two squares is 225 cm^2. If the side of one square is 3 cm more than that of the other, find the lengths of the sides of the squares. 3

দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালিৰ যোগফল 225 ছে.মি^{2} । যদি এটা বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য আনটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যতকৈ 3 ছে.মি. বেছি হয়, তেনেহ'লে প্ৰতিটো বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱাঁ ।

দুটি বর্গক্ষেত্রের কালির সমষ্টি 225 সেমি^{2} । যদি একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য অন্য বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 3 সেমি বেশি হয় তাহলে প্রতিটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো ।

4. (a) Find x if $\log_2 32 = x$. 1

x অৰ মান উলিওৱাঁ যদি $\log_2 32 = x$.

$\log_2 32 = x$ হলে x এর মান নির্ণয় করো ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(b) If $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, prove that 2

যদি $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, প্ৰমাণ কৰাঁ যে

যদি $x = \log_a bc$, $y = \log_b ca$, $z = \log_c ab$, তাহলে প্রমাণ করো যে,

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = 1$$

(c) If $\log_{10} 2 = 0.30103$, find the number of digits in 2^{64}. 2

যদি $\log_{10} 2 = 0.30103$, 2^{64} সংখ্যাটোত কিমানটা অংক থাকিব নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

যদি $\log_{10} 2 = 0.30103$ তাহলে 2^{64} সংখ্যাটিতে কতটি অংক থাকবে নির্ণয় করো ।

5. (a) Find the coordinates of the points at which the y-axis intersects the curve. 1

$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$

তলৰ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা বক্ৰক y-অক্ষই ছেদ কৰা বিন্দুবোৰৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$

$2x^2 + 5xy + 3y^2 - 27 = 0$ সমীকরণে নির্দেশ করা বক্রটিকে y-অক্ষ যে বিন্দুগুলোতে ছেদ করে তাদের স্থানাংক নির্ণয় করো ।

(b) Solve : 4

সমাধান কৰাঁ :

সমাধান করো :

$x + \frac{1}{y-2} = 3$

$y + \frac{1}{x-1} = 4$

BELLAL HOSSAIN MONDAL

6. (a) How many four-digit numbers can be formed from the five digits 2, 3, 4, 5, 6, if no digit is used more than once ? 1

2, 3, 4, 5, 6 অংক পাঁচটাৰপৰা চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা কিমানটা গঠন কৰিব পাৰি, যদি এটা অংক এবাৰতকৈ বেছি ব্যৱহাৰ কৰা নহয় ?

2, 3, 4, 5, 6 অংক পাঁচটি দ্বারা চার অংক বিশিষ্ট কয়টি সংখ্যা গঠন করা যাবে, যদি কোনো অংকই একবারের বেশি ব্যবহার করা না হয় ?

(b) If ${}^{n}C_4 + 2\,{}^{n}C_3 + {}^{n}C_2 = {}^{9}C_4$, 2

find the value of n.

যদি ${}^{n}C_4 + 2\,{}^{n}C_3 + {}^{n}C_2 = {}^{9}C_4$,

n অৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ।

n এর মান নির্ণয় করো যদি,

${}^{n}C_4 + 2\,{}^{n}C_3 + {}^{n}C_2 = {}^{9}C_4$,

(c) The number of diagonals of a regular polygon is equal to the number of sides of the polygon. Find the number of sides of the polygon. 3

এটা সুষম বহুভুজৰ কৰ্ণৰ সংখ্যা বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যাৰ সমান । বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা ।

একটি সুষম বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা যদি বহুভুজটির বাহুর সংখ্যার সমান হয়, তাহলে বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা নির্ণয় করো ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

7. (a) Evaluate : 1

মান নিৰ্ণয় কৰা :

মান নির্ণয় করো :

$\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \ldots\ldots\ldots\ldots \tan 87^\circ \tan 88^\circ \tan 89^\circ$

(b) If ABCD is a cyclic quadrilateral, prove that : 2

ABCD এটা চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে

ABCD একটি চক্রীয় চতুর্ভুজ হলে প্রমাণ করো

$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$

(c) If A, B are acute angles and $A > B$, prove that : 5

A, B সূক্ষ্ম কোণ আৰু $A > B$ হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে :

A, B সূক্ষ্ম কোণ এবং $A > B$ হলে প্রমাণ করো যে :

$\sin (A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B.$

(d) Show that : 2

দেখুওৱা যে :

দেখাও যে :

$\tan 15° = 2 - \sqrt{3}$

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(e) Show that : 2

দেখুওৱা যে :

দেখাও যে :

$\tan 3A \tan 2A \tan A = \tan 3A - \tan 2A - \tan A$

(f) Show that : 3

দেখুওৱাঁ যে :

দেখাও যে :

$$\frac{1 - \cos 2\theta + \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \sin 2\theta} = \tan \theta$$

BELLAL HOSSAIN MONDAL

8. (a) Prove that the angles made by a tangent to a circle with a chord drawn from the point of contact are respectively equal to the angles in the alternate segments of the circle.

Using this results, show that the tangents to a circle from an external point are equal. $5 + 3 = 8$

প্ৰমাণ কৰাঁ যে বৃত্তৰ স্পৰ্শকে স্পৰ্শবিন্দুগামী জ্যাৰ লগত কৰা কোণ সেই কোণৰ একান্তৰ বৃত্তাংশত জ্যাডালে কৰা যি কোনো কোণৰ সমান ।

ইয়াৰ সহায়ত দেখুওৱাঁ যে এটা বহিঃস্থ বিন্দুৰপৰা এটা বৃত্তলৈ টনা স্পৰ্শক দুডাল সমান ।

প্রমাণ করো যে, বৃত্তের স্পর্শক দ্বারা স্পর্শবিন্দুগামী জ্যার সঙ্গে উৎপন্ন করা কোণ সেই কোণের একান্তর বৃত্তাংশে জ্যাটি দ্বারা উৎপন্ন করা যে কোনো কোণের সমান ।

এর সাহায্যে দেখাও যে, একটি বহিঃস্থ বিন্দু থেকে কোনো বৃত্ত পর্যন্ত অংকিত স্পর্শক দ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান ।

(b) If two chords intersect at

(i) one internal points of a circle,

(ii) one external point of a circle,

Prove that, in both the cases, the areas of the rectangles formed by the segments of the chords are equal. 4

যদি এটা বৃত্তৰ দুডাল জ্যাই

(i) বৃত্তৰ ভিতৰত

(ii) বৃত্তৰ বাহিৰত

BELLAL HOSSAIN MONDAL

কটাকটি কৰে, প্ৰমাণ কৰাঁ যে, দুয়োটা ক্ষেত্ৰতে জ্যা দুডালৰ ছেদাংশৰ দ্বাৰা গঠিত আয়তক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালি সমান ।

যদি কোনো বৃত্তের দুটি জ্যা

(i) বৃত্তটির ভেতরে

(ii) বৃত্তটির বাইরে পরস্পরকে ছেদ করে, তাহলে প্রমাণ করো যে, উভয় ক্ষেত্রেই জ্যা দুটির অংশ দ্বারা গঠিত আয়তক্ষেত্র দুটির কালি সমান ।

(c) O is an internal point of the triangle ABC. The bisectors of $\angle AOB$, $\angle BOC$, and $\angle COA$ intersect AB, BC and CA at D, E, F respectively. 3

Show that $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

ABC ত্ৰিভুজৰ O এটা অন্তঃস্থ বিন্দু । ∠AOB, ∠BOC, ∠COA ৰ সমদ্বিখণ্ডকে ক্ৰমে AB, BC, CA.ক D, E, F বিন্দুত ছেদ কৰে ।

দেখুওৱাঁ যে $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

ABC ত্রিভুজের একটি অন্তঃস্থ বিন্দু O । ∠AOB, ∠BOC এবং ∠COA এর সমদ্বিখণ্ডকে AB, BC এবং CA বাহুকে ক্রমে D, E এবং F বিন্দুতে ছেদ করে ।

দেখাও যে $AD \cdot BE \cdot CF = DB \cdot EC \cdot FA$

9. (a) Find the gradient of the line passing through the points (4, 1) and $(5, 1 + \sqrt{3})$. What is the angle made by the line with the positive direction of the x-axis ? $1 + 1 = 2$

(4, 1) আৰু $(5, 1 + \sqrt{3})$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ ।

ৰেখাডালে x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো কি ?

(4, 1) এবং $(5, 1 + \sqrt{3})$ বিন্দুগামী রেখার প্রবণতা নির্ণয় করো ।

রেখাটি দ্বারা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে উৎপন্ন করা কোণটি কী ?

(b) Express the equation of the line $15x - 8y = 17$ in

(i) intercept form

(ii) normal form $1 + 1 = 2$

$15x - 8y = 17$ ৰেখাৰ সমীকৰণটোক

(i) ছেদাংশ আকাৰত

(ii) অভিলম্ব আকাৰত

প্ৰকাশ কৰাঁ ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

$15x - 8y = 17$ রেখার সমীকরণটি কে

(i) ছেদাংশ আকারে

(ii) অভিলম্ব আকারে

প্রকাশ করো ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

(c) Obtain the intercept form of equation of a line. 3

এডাল ৰেখাৰ ছেদাংশ আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

একটি রেখার ছেদাংশ আকারের সমীকরণ নির্ণয় করো ।

(d) Obtain the equation of the line passing through the points $(-3, 4)$ and $(2, 7)$. 2

$(-3, 4)$ আৰু $(2, 7)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

$(-3, 4)$ এবং $(2, 7)$ বিন্দু সংযোগী রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো ।

(e) Find the equation of the line passing through the point $(3, 5)$ and perpendicular to the line $4x + y - 2 = 0$. 3

এডাল ৰেখা $(3, 5)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যায় আৰু ৰেখাডাল $4x + y - 2 = 0$ ৰেখাডালৰ লম্ব । ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

$(3, 5)$ বিন্দুগামী একটি রেখা $4x + y - 2 = 0$ রেখার লম্ব হলে রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো ।

10. (a) Find the mean deviation with respect to mean of the following observations. 3

অধোলিখিত বিভাজনটোৰ মাধ্যৰপৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰাঁ :

নিম্নলিখিত বিভাজনটির মধ্য থেকে গড় বিচ্যুতি নির্ণয় করো :

24, 41, 33, 15, 35, 40, 29, 38, 5, 40, 25, 20, 45

(b) The distribution of marks of 50 students in an examination are as follows :

Marks	5	15	25	35	45
No. of students	5	8	15	16	6

Find the mean deviation from the median of the above distribution. 3

এটা পৰীক্ষাত 50 গৰাকী বিদ্যাৰ্থীৰ গুণাংকৰ বিভাজন এনে ধৰণৰ :

গুণাংক	5	15	25	35	45
বিদ্যাৰ্থীৰ সংখ্যা	5	8	15	16	6

বিভাজনটোৰ মধ্যমাৰপৰা গড়-বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL

কোনো পরীক্ষায় 50 জন ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের বিভাজন নিম্নরূপ:

নম্বর	5	15	25	35	45
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	5	8	15	16	6

বিভাজনটির মধ্যমা থেকে গড় বিচ্যুতি নির্ণয় করো ।

(c) The variance of 12 observations is found to be 6. If 5 is added to each of the observations, show that the new variance is also 6. **4**

12 টা পৰ্যবেক্ষণৰ প্ৰসৰণ 6 পোৱা গ'ল । যদি প্ৰতিটো পৰ্য্যবেক্ষণৰ লগত 5 যোগ কৰা হয়, দেখুওৱাঁ যে নতুন বিভাজনৰ প্ৰসৰণো 6.

12 টি পর্যবেক্ষণের প্রসরণ 6 পাওয়া গেল । যদি পর্যবেক্ষণের প্রতিটি মানের সঙ্গে 5 যোগ করা হয় । তাহলে দেখাও যে, নূতন প্রসরণে 6 ই হবে ।

BELLAL HOSSAIN MONDAL